LAHENDUSED 7.KLASS

1. **Vastus: Summa T + A + L+ V saab olla 15, 16, 17, 18 ja 19.**

Lahendus:

Kasutatud on seitset tähte ja seitset arvu, millede summa on 28. Siis
$S+ I + I + R + I + T + A + L+ V = 28 + 2 \cdot I$
Seega $S+ I + I + R + I = T + A + L+ V = 14 + I$
Kui $I = 0$, siis $S + R = 14$, mis aga ei ole võimalik.
Kui $I = 1$, siis $S + R = 12$. Sel juhul $5 + 1 + 1 + 7 + 1 = 2 + 3 + 4 + 6 = 15$.
Kui $I = 2$, siis $S + R = 10$. Sel juhul $3 + 2 + 2 + 7 + 6 = 1 + 4 + 5 + 6 = 16$.
Kui $I = 3$, siis $S + R = 8$. Sel juhul $2 + 3 + 3 + 6 + 3 = 1 + 4 + 5 + 7 = 17$.
Kui $I = 4$, siis $S + R = 6$. Sel juhul $1 + 4 + 4 + 5 + 4 = 2 + 3 + 6 + 7 = 18$.
Kui $I = 5$, siis $S + R = 4$. Sel juhul $1 + 5 + 5 + 3 + 5 = 2 + 4 + 6 + 7 = 19$.
Kui I oleks 6 või 7, siis peaks S + R olema 2 või 0, mis aga ei ole võimalik.

Hindamine:

Näidatud, et 15, 16, 17, 18 ja 19 saavad olla selle summa väärtuseks:	a’ 1p
Põhjendatud, et summa ei saa olla suurem kui 19:	1p
Näidatud, et summa ei saa olla väiksem kui 15:	1p
	7p

Märkus: Antud vaid täpne vastus, siis 2p, kui on neist 1 puudu, siis anda 1p.

2. **Vastus: Arvuks x sobivad kahekohalised arvud on 16, 25, 52, 61 ja 70.**

Lahendus:

Et $35 = 5 \cdot 7 = 1 \cdot 35$, siis arvu x ristsumma peab olema 5 ja arvu $2x$ ristsumma 7 või vastupidi. Ei leidu arvu, mille ristsumma oleks 1 ning mille kahekordse ristsumma oleks 35 või vastupidi.
Vaatame järjest kahekohalisi arve, mille ristsumma on 5. Need on 14, 23, 32, 41 ja 50.
Nende arvude kahekordsed on 28, 46, 64, 82 ja 100 ning nende ristsummad on vastavalt 10, 10, 10, 10 ja 1. Seega neist ükski ei sobi arvuks x.
Vaatame järjest kahekohalisi arve, mille ristsumma on 7. Need on 16, 25, 34, 43, 52, 61 ja 70.
Nende arvude kahekordsed on 32, 50, 68, 86, 104, 122, 140 ning nende ristsummad vastavalt 5, 5, 14, 15, 5, 5, 5.
Seega arvuks x sobivad kahekohalised arvud on 16, 25, 52, 61 ja 70.

Hindamine:

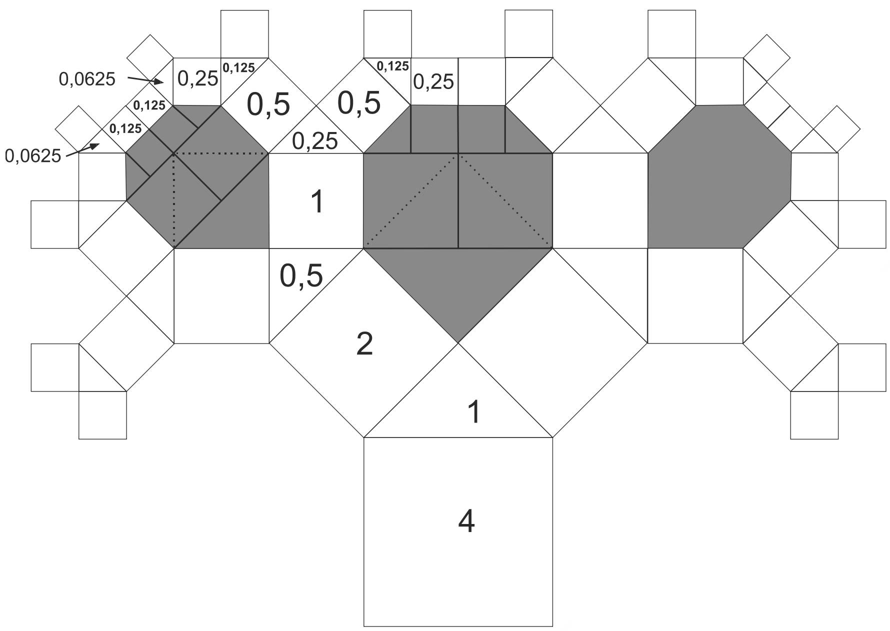
Leitud arvu 35 algteguriteks lahutus:	1p
Tehtud järeldus, et sobib vaid korrutis $5 \cdot 7$:	1p
Näidatud, et arvu ristsumma ei saa olla 5:	2p
Leitud kõik kahekohalised arvud, mille ristsumma on 7:	1p
Leitud kõikide kahekordsete ristsummad:	1p
Tehtud õige järeldus sobivate arvude kohta:	1p
	7p

Märkus: Antud vaid täpne vastus: 2p Kui on neist 1 puudu, siis anda 1p.

3. ***Vastus*. Tumedamaks värvitud osade pindalade summa on 7,5 cm^2.**

<u>*Lahendus*:</u>

Täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuusiks on ruudu külg, moodustab veerandi sellest ruudust.
Täisnurkne kolmnurk, mille kaatetiks on ruudu külg, moodustab poole sellest ruudust.
Alustades ruudust, mille pindala on antud, saame kirjutada igasse valgesse ruutu ja valgesse täisnurksesse kolmnurka selle pindala. Joonisele on kirjutatud nende pindalad ruutsentimeetrites.



Jaotame tumedamaks värvitud tükid osadeks, millede pindalasid teame.
Konstruktsiooni tõttu on tumedamaks värvitud tükkidest vasakapoolne ja parempoolne on võrdsed, seega piisab neist ühe jaotamisest.
Keskmise tumedamaks värvitud tüki saab jaotada järgmisteks osadeks, millede pindalad anname ruutsentimeetrites: täisnurkseks kolmnurgaks pindalaga 1, kaheks ruuduks pindalaga 1, kaheks kolmnurgaks pindalaga 0,125 ja kaheks ruuduks pindalaga 0,25.
Seega keskmise tumedamaks värvitud tüki pindala ruutsentimeetrites on $1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}125 + 2 \cdot 0{,}25 = 3{,}75$.
Vasakpoolse tumedamaks värvitud tüki saab jaotada järgmisteks osadeks, millede pindalad anname ruutsentimeetrites: täisnurkseks kolmnurgaks pindalaga 0,5, kaheks ruuduks pindalaga 0,5, kaheks kolmnurgaks pindalaga 0,0625 ja kaheks ruuduks pindalaga 0,125.
Seega vasakpoolse tumedamaks värvitud tüki pindala ruutsentimeetrites on $0{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}0625 + 2 \cdot 0{,}125 = 1{,}875$.
Tumedamaks värvitud tükkide pindalade summa on ruutsentimeetrites $3{,}75 + 2 \cdot 1{,}875 = 7{,}5$.

Hindamine:

Leitud õigesti valgete ruutude ja kolmnurkade pindalad:	2p
Leitud tumedamaks värvitud osade sobivad tükeldused:	2p (kumbki kujund 1p)
Arvutatud tumedamaks värvitud osade pindalad:	2p
Leitud tumedamaks värvitud osade pindalade summa:	1p
	7p

Märkus: Antud ainult vastus koos õige ühikuga 2p. (Ühik puudub, anda 1p)

4. ***Vastus.*** **Lampe põleb 65.**

<u>Lahendus:</u>

Esimesel sekundil põleb 5 lampi.
Skeemile on märgitud sekund, millal vastav lamp süttib ja põlema jääb.

1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	2	1
2	3	4	5	6	7	6	7	6	5	4	3	2
3	4	5	6	7	6	5	6	7	6	5	4	3
4	5	6	7	6	5	4	5	6	7	6	5	4
5	6	7	6	5	4	3	4	5	6	7	6	5
6	7	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7	6
7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7
6	7	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7	6
5	6	7	6	5	4	3	4	5	6	7	6	5
4	5	6	7	6	5	4	5	6	7	6	5	4
3	4	5	6	7	6	5	6	7	6	5	4	3
2	3	4	5	6	7	6	7	6	5	4	3	2
1	2	3	4	5	6	7	6	5	4	3	2	1

Näeme, et 7 sekundil süttivad viimased lambid. Järelikult 8 sekundil ei põle ükski lamp ja 9 sekundil süttivad jälle 5 esimest lampi.
Et 60 : 8 = 7 ja jääk on 4, siis 60 sekundil põleb sama palju lampe kui 4 sekundil.
Neljandal sekundil põleb lampe kokku : 5 + 12 + 20 + 28 = 65.

<u>Hindamine:</u>

Leitud igal sekundil süttivad lambid, kas arvuliselt või skemaatiliselt:	2p
Leitud, et kõik lambid põlevad 7. sekundil:	1p
Leitud, 60. sekundil põleb kokku sama palju lampe kui 4. sekundil:	3p
Leitud 4 sekundil põlevate lampide arv:	<u>1p</u>
	7p

Märkus Antud ainult õige vastus: 2p

5. ***Vastus*. Selliseid nelikud on (2, 3, 2, 1) ja (3, 1, 3, 1).**

<u>Lahendus:</u>

1	2	3	4
a	b	c	d

Ükski arv ei saaks olla tabelis rohkem kui 5 korda ning ei saa ka olla täpselt 5 korda, sest tabelisse tuleb kanda vaid see, mitu korda on arvu 1 kuni 4 selles tabelis.
Seega saavad olla nendeks vaid arvud 1, 2, 3 ja 4.
Paneme ka tähele, et nende nelja arvu summa peab kokku olema 8, sest tabelis on kokku 8 arvu.
Näitame, et arvu 4 saab olla vaid üks ehk $d = 1$. Oletame, et $d = 2$. Sel juhul kas a, b või c peaks olema 4 ja siis jääks veel vaid kaks arvu leida. Seega saab vaid number kahte olla tabelis kokku 4 ehk $b = 4$. Sel juhul tekiks aga meil nelik (2, 4, 2, 2), mis ei ole võimalik.
Kui $d = 3$, siis vaid üks arvudest a, b või c saaks olla neljast erinev. Aga ei ole võimalik, et sel juhul oleks nende summa 8.
Kui $d = 4$, siis samamoodi vaid üks arvudest a, b või c saaks olla neljast erinev. See aga ei ole võimalik.
Kuna $d = 1$, siis a peab olema vähemalt 2.
Olgu $a = 2$. Edasi saame, et b ei saa olla 2, sest muidu oleks ju tabelis tegelikul kolm arvu 2.
Olgu $b = 3$. Sel juhul saame, et $c = 2$.
Neliku (2, 3, 2, 1) korral on kõik tingimused täidetud.
Olgu $a = 3$. Sel juhul üks arvudest b või c peaks olema 1. Kuna c ei saaks olla üks, sest on juba vähemalt kaks arvu 3, siis $b = 1$. Sel juhul $c = 3$.
Neliku (3, 1, 3, 1) korral on kõik tingimused täidetud.

<u>Hindamine:</u>

Näidatud, et d peab olema 1:	2p
Tehtud järeldus, et a saab olla 2 või 3:	1p
Vaadeldud, kui $a = 2$ ja leitud põhjendades ainus vastav nelik:	2p
Vaadeldud, kui $a = 3$ ja leitud põhjendades ainus vastav nelik:	<u>2p</u>
	7p

<u>Märkus:</u> Antud vaid kaks õiget nelikut: 2p. Kui on antud vaid üks õige, siis anda 1p. Kui lisaks kahele õigele on antud veel üks vale nelik, anada 1p.

Tähelepanek, et nende arvude summa on 8: 1p (Saab ka lahendada ilma selleta. Lihtsalt, kui see on eraldi välja toodud ja ülejäänud lahendus ei ole põhjalik, siis selle eest saab anda punkti.)

Kui sobivad nelikud on leitud katsetamise teel ja on läbi vaadatud järjest kõik võimalused, kus nende nelja arvu summa on 8, siis anda kokku 7p. Sõltuvalt sellest, kui palju on võimalusi läbi vaatamata vähendada punktide arvu.